MATEMÁTICA A

10º ANO

Geometria no Espaço

ANTÓNIO LEITE

2021

GEOMETRIA NO ESPAÇO

Planos paralelos aos planos coordenados

Planos coordenados	Equações
xOy	$z=0$
xOz	$y=0$
yOz	$x=0$

- $z=c \rightarrow$ equação de um plano paralelo a xOy em que todos os pontos têm a mesma cota c.
- $y=b \rightarrow$ equação de um plano paralelo a xOz em que todos os pontos têm a mesma ordenada b.
- $x=a \rightarrow$ equação de um plano paralelo a yOz em que todos os pontos têm a mesma abcissa a.

Retas paralelas aos eixos coordenados

Eixos coordenados	Condições
Ox	$y=0 \wedge z=0$
Oy	$x=0 \wedge z=0$
Oz	$x=0 \wedge y=0$

- $y=b \wedge z=c \rightarrow$ reta paralela ao eixo Ox em que todos os pontos têm a mesma ordenada b e a mesma cota c.
- $x=a \wedge z=c \rightarrow$ reta paralela ao eixo Oy em que todos os pontos têm a mesma abcissa a e a mesma cota c.
- $x=a \wedge y=b \rightarrow$ reta paralela ao eixo Oz em que todos os pontos têm a mesma abcissa a e a mesma ordenada b.

Distância entre dois pontos do espaço

$$\overline{AB}=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2+\left(z_B-z_A\right)^2}$$

Plano Mediador de $[AB]$

Equação Cartesiana: $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2=(x-x_B)^2+(y-y_B)^2+(z-z_B)^2$
Equação Geral: $ax+by+cz+d=0,\ a,b,c,d \in \mathbb{R}$

Equação reduzida da superfície esférica de centro $C(x_C,y_C,z_C)$ e raio r

$$(x-x_C)^2+(y-y_C)^2+(z-z_C)^2=r^2$$

Inequação reduzida da esfera de centro $C(x_C, y_C, z_C)$ e raio r

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 + (z - z_C)^2 \leq r^2$$

Ponto médio de $[AB]$

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

Vetores colineares $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{t}(t_1, t_2, t_3)$ de coordenadas não nulas:

Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{t}$ são colineares se e só se existe um número real, $\lambda \in \mathbb{R}$, tal que $\vec{u} = \lambda\vec{t}$.
Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{t}$ são ainda colineares se e só se $\dfrac{u_1}{t_1} = \dfrac{u_2}{t_2} = \dfrac{u_3}{t_3}$.

Nota:
Se $\vec{u}$ tem exatamente 2 coordenadas nulas, então $\vec{t}$ tem as coordenadas correspondentes nulas.
Se $\vec{u}$ tem uma e uma só coordenada nula, então $\vec{t}$ tem a coordenada correspondente também nula.

Norma de um vetor $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2}$$

Vetor como diferença de dois pontos:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= B - A \\ &= (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)\end{aligned}$$

Soma de um ponto $A(x_A, y_A, z_A)$ com um vetor $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ é o ponto P tal que:

$$\begin{aligned}P &= A + \vec{u} \\ &= (x_A + u_1, y_A + u_2, z_A + u_3)\end{aligned}$$

Equações de retas do espaço

- Vetorial: $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + k(r_1, r_2, r_3),\ k \in \mathbb{R}$

  (x_0, y_0, z_0) - Ponto Conhecido

  (r_1, r_2, r_3) - Vetor Diretor

- Sistema de equações paramétricas: $\begin{cases} x = x_0 + kr_1 \\ y = y_0 + kr_2 \\ z = z_0 + kr_3 \end{cases},\ k \in \mathbb{R}$