PLANO α

MATEMÁTICA A

11º ANO

Geometria no Espaço

ANTÓNIO LEITE

2021

GEOMETRIA NO ESPAÇO

Produto escalar

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=(u_1,u_2,u_3)\cdot(v_1,v_2,v_3)=u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3$$

Propriedades:

- $\vec{u}\cdot\vec{u}=\|u\|^2$
- $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$
- $(\vec{u}+\vec{v})\cdot\vec{w}=\vec{u}\cdot\vec{w}+\vec{v}\cdot\vec{w}$

Vetores Perpendiculares

$$\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$$

Ângulo de dois vetores

Para $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não nulos:

$$\cos(\vec{u}\,\hat{,}\,\vec{v})=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$$

Nota:
Sendo θ o ângulo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ então:
Se $\vec{u}\cdot\vec{v}>0$, então, θ é agudo ou nulo;
Se $\vec{u}\cdot\vec{v}<0$, então, θ é obtuso ou raso;
Se $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$, então, θ é reto.
Repare que $\theta\in[0,180°]$ ou $\theta\in[0,\pi]$

Ângulo de duas retas

Sejam $\vec{r}$ um vetor diretor da reta r e $\vec{s}$ um vetor diretor da reta s, o ângulo α formado pelas duas retas, pode ser determinado recorrendo à fórmula:

$$\cos\alpha=\frac{|\vec{r}\cdot\vec{s}|}{\|\vec{r}\|\,\|\vec{s}\|}$$

Nota:
Repare que $\alpha\in[0,90°]$ ou $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

Lugares geométricos e produto escalar

- Plano Mediador de um segmento de reta $[AB]$

$$\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ ; } M \text{ é o ponto médio de } [AB] \text{ ; } P(x, y, z) \text{ é um ponto genérico}$$

- Superfície esférica de diâmetro $[AB]$

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0 \text{ ; } P(x, y, z) \text{ é um ponto genérico}$$

- Plano tangente a uma superfície esférica de centro C num ponto T

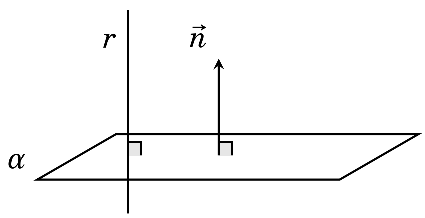
$$\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TC} = 0 \text{ ; } P(x, y, z) \text{ é um ponto genérico}$$

Equação cartesiana do plano α

- $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$, sendo $\vec{n}(a, b, c)$ um vetor normal ao plano ($\perp$ a α) e $P(x_0, y_0, z_0) \in \alpha$.
- $ax + by + cz + d = 0$, sendo $\vec{u}(a, b, c)$ um vetor normal a α.

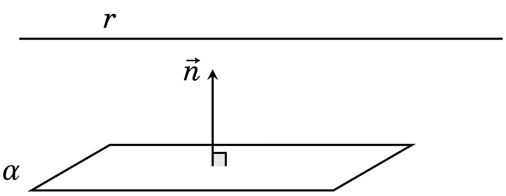
Reta perpendicular a um plano

$$r \perp \alpha \Leftrightarrow \vec{r} \text{ é colinear com } \vec{n}$$



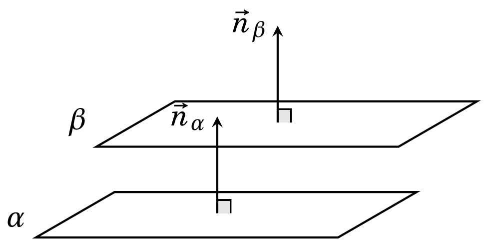
Reta paralela a um plano

$$r /\!/ \alpha \Leftrightarrow \vec{r} \perp \vec{n}$$



Planos Paralelos

$$\alpha /\!/ \beta \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha /\!/ \vec{n}_\beta$$



Planos Perpendiculares

$$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_\beta$$