10º ANO | FICHA 4 | 2021

António Leite

1. Efetue as seguintes operações, apresentando o resultado o mais simplificado possível e com denominador racional.

1.1. $\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{3})^2}$

1.2. $\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{2}}}\times\sqrt[3]{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-1)}$

2. Num plano munido de um referencial o.n. xOy, considere a circunferência definida pela equação $(x-1)^2+(y+\sqrt{2})^2=\sqrt[5]{25}$.

Qual é o valor do raio desta circunferência?

(A) $\sqrt[10]{5}$ **(B)** $\sqrt[5]{5}$ **(C)** $\sqrt[10]{125}$ **(D)** $\sqrt{5}$

3. Na figura 1 está representada a circunferência de centro C, o ponto A e a reta r.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-1,-2)$
- a circunferência é definida pela equação $x^2+y^2-8x-4y+11=0$
- a reta r é a mediatriz de $[AC]$

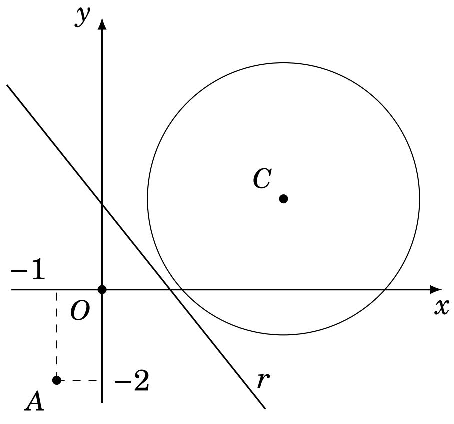

Figura 1

3.1. Determine a equação reduzida da reta r.

3.2. Sejam P e Q os pontos de interseção da circunferência com o eixo Ox.
Determine o valor exato da área do triângulo $[CPQ]$.

4. Represente, num referencial o.n. xOy, o semiplano superior fechado em relação à mediatriz de $[AB]$, sendo $A(1,1)$ e $B(3,5)$.

5. Na figura 2 está representada a circunferência de centro no ponto C e os pontos A e B.

Sabe-se que:

- o ponto C tem coordenadas $(-6,2)$
- a circunferência passa pela origem do referencial
- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e à circunferência
- o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy e à circunferência

Está ainda assinalada, na figura, uma região sombreada.

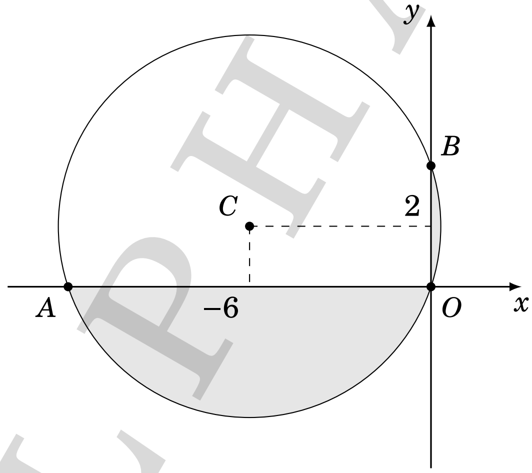

Figura 2

5.1. Determine a equação reduzida da circunferência.

5.2. Defina por meio de uma condição em $\mathbb{R}^2$, a região representada a sombreado, incluindo a fronteira.

5.3. Prove que $[AB]$ é um diâmetro da circunferência.

FIM

Soluções

1.

1.1. $-1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

1.2. $\frac{4-\sqrt{6}}{5}$

2. **(B)**

3.

3.1. $y=-\frac{5}{4}x+\frac{15}{8}$

3.2. $2\sqrt{5}$

5.

5.1. $(x+6)^2+(y-2)^2=40$

5.2. $((x+6)^2+(y-2)^2\leq 40)\wedge(y\leq 0 \vee x\geq 0)$

4.