

10º ANO | FICHA 5 | 2021

António Leite

1. Identifique e defina analiticamente, utilizando equações ou inequações cartesianas, o conjunto de pontos do plano:

1.1. que distam igualmente dos pontos $A(2, -4)$ e $B(6, -2)$.

1.2. cuja distância ao ponto $C(-4, 1)$ não excede três unidades.

1.3. cuja medida da distância ao ponto $D(-2, 5)$ é o dobro da medida da distância ao ponto $E(1, 5)$.

2. Identifique as figuras geométricas planas definidas pelas seguintes condições:

2.1. $(x + 4)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 2$

2.2. $5x^2 + 5y^2 + 10x - 5y = 10$

2.3. $x^2 + y^2 + 6y \leq 7 \wedge |x| \leq 3$

2.4. $2 \leq x^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 9$

3. Considere, num referencial o.n. xOy , a equação cartesiana $x^2 + y^2 - 8x + 2y + k = 0$, com $k \in \mathbb{R}$.

Quais são os valores reais de k para os quais a equação representa uma circunferência?

(A) $k > -17$

(B) $k < -17$

(C) $k > 17$

(D) $k < 17$

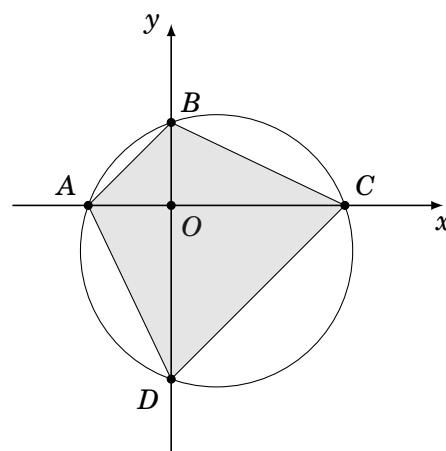
4. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência definida pela equação $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

Sabe-se que:

- A, B, C e D são os pontos de interseção da circunferência com os eixos coordenados.

4.1. Determine o valor exato da área do quadrilátero $[ABCD]$.

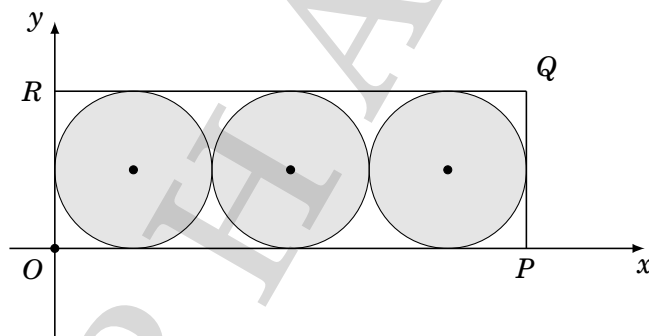
4.2. Defina, por meio de uma condição em \mathbb{R}^2 , a região dos pontos que pertencem, simultaneamente, ao quadrilátero $[ABCD]$ e ao quarto quadrante.



5. Na figura estão representados, num referencial o.n. xOy , o retângulo $[OPQR]$ e três círculos geometricamente iguais.

Sabe-se que:

- Os pontos P e R pertencem, ao eixo Ox e ao eixo Oy , respectivamente.
- Os círculos estão inscritos no retângulo $[OPQR]$, são tangentes a este e tangentes uns aos outros.
- O ponto Q tem coordenadas $(6\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$.



- 5.1. Determine a inequação reduzida do círculo que está no meio dos outros dois.
- 5.2. Determine o valor exato da área do retângulo não ocupada pelos três círculos.
- 5.3. Seja W o centro do círculo tangente ao eixo Oy .
Prove que a equação reduzida da mediatriz de $[WQ]$ é $y = -5x + 19\sqrt{3}$.

FIM

Soluções

1.

1.1. Mediatriz do segmento de reta $[AB]$: $y = -2x + 5$

1.2. Círculo de centro C e raio 3: $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 \leq 9$

1.3. Circunferência de centro no ponto de coordenadas $(2, 5)$ e raio 2: $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$

2.

2.1. Círculo de centro no ponto de coordenadas $(-4, \frac{1}{2})$ e raio $\sqrt{2}$.

2.2. Circunferência de centro no ponto de coordenadas $(-1, \frac{1}{2})$ e raio $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

2.3. Conjunto de pontos do círculo de centro no ponto de coordenadas $(0, -3)$ e raio 4, cujas abscissas são maiores ou iguais a -3 e menores ou iguais a 3.

2.4. Coroa circular de centro no ponto de coordenadas $(0, 1)$, cuja circunferência interna tem raio $\sqrt{2}$ e a circunferência externa tem raio 3.

3. (D)

4.

4.1. 10

4.2. $y \geq x - 2 - \sqrt{5} \wedge x > 0 \wedge y < 0$

5.

5.1. $(x - 3\sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{3})^2 \leq 3$

5.2. $36 - 9\pi$

PLANO ALPHA