

12º ANO | FICHA 4 | 2021

António Leite

1. Considere a seguinte expressão $A(x) = \left(x\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x}\right)^{12}$.

Determine, relativamente ao desenvolvimento de $A(x)$, pelo binómio de Newton, o termo de grau 2.

2. Sabendo que, dados números naturais n e p , $p + 2 \leq n$, se tem ${}^n C_p = a$, ${}^n C_{p+2} = b$ e ${}^{n+1} C_{p+1} = c$, qual é o valor de ${}^{n+2} C_{n-p}$, em função de a , b e c ?

- (A) $2a + 2b + 2c$ (B) $2c - a + b$ (C) $2a - c + b$ (D) $2b - a + c$

3. Considere um prisma octogonal reto.

3.1. Quantas retas distintas passam por dois vértices do prisma e não contêm qualquer aresta do prisma?

3.2. Admita que se pretende pintar as faces do prisma de modo que as bases fiquem pintadas da mesma cor e as faces laterais fiquem pintadas de uma cor diferente destas.

O número de cores disponíveis é a solução natural menor que 10 da equação

$${}^{17} C_n - 2{}^{15} C_9 = {}^{15} C_8 + {}^{15} C_{10}$$

De quantas maneiras diferentes é possível pintar o prisma?

4. Num saco existem bolas indistinguíveis ao tato, das quais cinco são amarelas e numeradas de 1 a 5 e sete são verdes numeradas de 6 a 12.

4.1. Pretende-se extrair, simultaneamente, três bolas da caixa e observar-se a respetiva cor e número. Quantas são as maneiras diferentes de obter:

4.1.1. três bolas da mesma cor?

4.1.2. exatamente duas bolas com um número primo?

4.1.3. uma bola amarela e duas bolas verdes, todas com números ímpares?

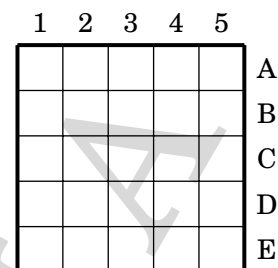
4.2. Admita, agora, que se colocam no saco mais n bolas amarelas sendo n um número natural.

Considere que se extraiu uma bola e depois outra, não repondo a primeira, e observou-se a respetiva cor.

O número de maneiras diferentes de obter pelo menos uma bola verde é igual a 154.

Quantas bolas amarelas foram colocadas no saco?

5. Considere um tabuleiro de forma quadrada, com 5 linhas e 5 colunas.
Vão distribuir-se, ao acaso, pelo tabuleiro 14 peças brancas indistinguíveis, não mais que uma em cada casa.



De quantas maneiras diferentes tal pode ser feito se as peças ocuparem pelo menos uma das diagonais?

FIM

Soluções

1. $59136x^2$

2. (B)

3.

3.1. 96

3.2. 11757312

4.

4.1.

4.1.1. 45

4.1.2. 70

4.1.3. 9

4.2. $n = 3$

5. 331552