

12º ANO | FICHA 5 | 2021

António Leite

1. Considere a seguinte expressão $A(x) = \left(x\sqrt{x} - \frac{3}{x^2}\right)^n$, com $n \in \mathbb{N}$ e $x \in \mathbb{R}^+$.

Sabe-se que o 3º termo deste desenvolvimento tem grau 5.

Determine o 4º termo deste desenvolvimento, segundo as potências decrescentes de x .

Apresente o resultado na forma ax^b , com $a \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{Q}$.

2. Considere, num plano α , duas retas estritamente paralelas r e s .

Assinalaram-se cinco pontos distintos na reta r e quatro pontos, igualmente distintos, na reta s .

Quantas retas distintas podemos obter com os pontos assinalados nas duas retas?

3. Um professor de Matemática colocou o seguinte problema aos seus alunos:

"Considere todos os números naturais, de cinco algarismos diferentes.

Quantos desses números são pares?"

O João e a Paula, dois alunos dessa turma, responderam corretamente ao problema.

Resposta do João: $8 \times {}^8A_3 \times 4 + {}^9A_4$

Resposta da Paula: $9 \times {}^8A_3 \times 5 - {}^8A_3 \times 4$

Numa composição, apresente os raciocínios que conduziram a cada uma destas respostas.

4. O Eduardo pretende começar a fazer uma coleção de livros e, como tal, decidiu comprar alguns livros de ficção científica, todos diferentes, e três livros de banda desenhada, igualmente diferentes entre si.

Sabe-se que o Eduardo vai comprar apenas um livro por mês e que, após completar a coleção, o número de formas diferentes dos três livros de banda desenhada terem sido comprados em meses consecutivos é 2177280.

No entanto, se o Eduardo tivesse comprado menos um livro de ficção científica para a sua coleção, o número de formas diferentes dos três livros de banda desenhada terem sido comprados em meses consecutivos seria 241920.

Determine quantos livros de ficção científica comprou o Eduardo.

5. Com o aproximar do Natal, uma fábrica de decorações de árvores decidiu intensificar os seus trabalhos de modo a cumprir os prazos estabelecidos.

Considere-se, então, que existem na fábrica várias caixas, todas elas compostas por 4 bolas iguais e ainda por pintar. Cada bola pode ser apenas pintada com uma cor: vermelho, verde ou dourado.

- 5.1. As quatro bolas de uma das caixas podem ser pintadas de quantas formas diferentes?

(A) 21 (B) 15 (C) 9 (D) 6

- 5.2. O Alberto, o trabalhador da fábrica responsável por pintar as bolas, num dos dias de trabalho conseguiu pintar 120 bolas, 30 de vermelho, 55 de verde e as restantes de dourado. De seguida, colocou todas as bolas dentro de um saco.

Para avaliar a qualidade do seu trabalho, o Sr. Manuel, patrão do Alberto, vai retirar do saco, ao acaso, 20 bolas.

Escreva uma expressão que permita determinar o número de maneiras diferentes do Sr. Manuel retirar exatamente 14 bolas vermelhas e mais bolas verdes que douradas.

FIM

Soluções

1. $-1512x^{\frac{3}{2}}$

2. 22

4. 8 livros

5.

5.1. (B)

5.2. ${}^{30}C_{14} \times {}^{55}C_4 \times {}^{35}C_2 + {}^{30}C_{14} \times {}^{55}C_5 \times 35 + {}^{30}C_{14} \times {}^{55}C_6$