

10º ANO | FICHA 6 | 2021

António Leite

1. Calcule o valor exato das seguintes expressões.

Apresente o resultado na forma $a\sqrt{b} + c$, com $a \in \mathbb{Z}$, b primo e $c \in \mathbb{Z}$.

1.1. $(3\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 - \sqrt{48} + (5 - \sqrt{3})^2$

1.2. $(\sqrt{2} - 2\sqrt{10})^2 - (3\sqrt{5} + 1)^2 - 3(2 - \sqrt{45})$

1.3. $(2\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}) - (2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{75})^2$

2. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(-2, 3)$, $B(4, -1)$, $C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$, $D(-4, 4)$ e $M\left(-1, \frac{1}{2}\right)$.

Determine:

2.1. a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

2.2. as coordenadas do ponto E , sabendo que M é o ponto médio do segmento de reta $[AE]$.

2.3. a equação reduzida da circunferência de:

2.3.1. centro A e que passa por D .

2.3.2. diâmetro $[AB]$.

2.3.3. centro B e tangente ao eixo Oy .

2.3.4. centro C e tangente ao eixo Ox .

2.4. a inequação reduzida do círculo de diâmetro $[OD]$, sendo O a origem do referencial.

3. Represente geometricamente cada um dos conjuntos de pontos do plano determinados pelas seguintes condições:

3.1. $y \geq -3 \wedge y < -2x + 4$

3.2. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 16 \wedge x \leq 0 \wedge y \leq 0$

3.3. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9 \wedge x \leq -1$

3.4. $x^2 - 10x + y^2 + 2y - 10 \leq 0 \wedge y < x \wedge x \geq 0$

3.5. $y > x \vee x^2 + y^2 \leq 1$

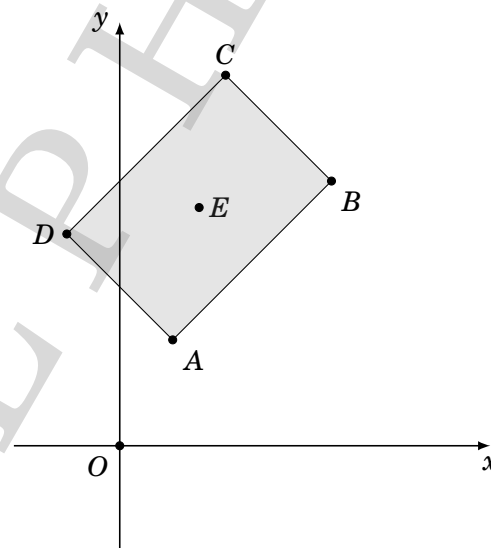
4. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(3,4)$ e $B(k,6)$, com $k \in \mathbb{R}$.
Sabe-se que $M(x,y)$, com $x + y - 10 = 0$ é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$.
Qual é o valor de k ?

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9

5. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy , o retângulo $[ABCD]$ e o ponto E .

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1,2)$
- o ponto B tem coordenadas $(4,5)$
- o ponto E é o centro do retângulo $[ABCD]$
- a mediatriz do segmento de reta $[AD]$ pode ser definida pela equação $y = x + 3$



- 5.1. Prove que a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$ é $y = -x + 6$.
5.2. Determine as coordenadas do ponto E .
5.3. Mostre que a circunferência de centro no ponto D e que passa pela origem do referencial pode ser definida pela equação $x^2 + 2x + y^2 - 8y = 0$.

FIM

Soluções

1.

1.1. $-26\sqrt{3} + 52$

1.2. $-5\sqrt{5} - 10$

1.3. $6\sqrt{3} - 48$

2.

2.1. $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

2.2. $E(0, -2)$

2.3.

2.3.1. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

2.3.2. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 13$

2.3.3. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$

2.3.4. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = 1$

2.4. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 8$

4. (C)

5.

5.2. $E\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$