PLANO α

10º ANO | FICHA 16 | 2022

António Leite

1. Considere, fixado um referencial ortonormado $Oxyz$, os pontos $A(1,-1,0)$ e $C(2,-1,1)$.

1.1. Seja S a superfície esférica de diâmetro $[AB]$ e centro C.
Determine as coordenadas do ponto B.

1.2. Defina analiticamente:

1.2.1. o conjunto de pontos do espaço equidistantes de A e de C.

1.2.2. o conjunto de pontos do espaço que distam do ponto A cinco ou menos unidades.

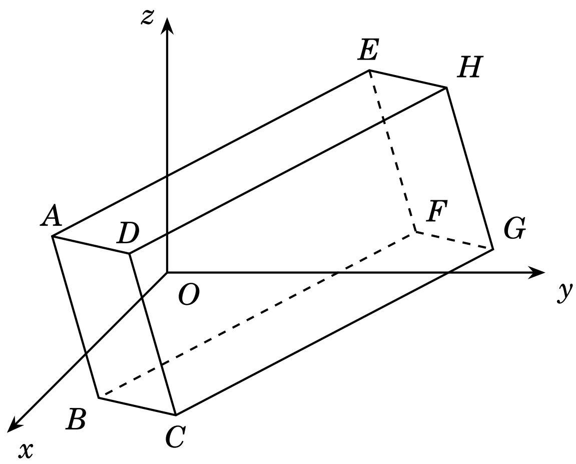
1.2.3. a reta paralela ao eixo Ox que passa pelo ponto C.

1.2.4. a reta perpendicular ao plano xOy que passa pelo ponto A.

2. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- a reta AB é definida pela equação
  $(x,y,z)=(16,5,-9)+k(-4,-4,7),\ k\in\mathbb{R}$
- o vértice G tem coordenadas $(2,18,2)$.



2.1. Escreva uma equação vetorial da reta GH.

2.2. Determine as coordenadas do ponto de interseção da reta AB com o plano xOz.

3. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos $A(0,-2,1)$ e $B(-3,0,1)$ e o vetor $\overrightarrow{BC}(5,-3,-3)$.

3.1. Escreva uma equação vetorial da reta que passa pelo ponto C e é paralela ao eixo Oy.

3.2. Seja α o plano mediador de $[AB]$.
Qual das seguintes equações pode definir o plano α?

(A) $6x-4y+5=0$ **(B)** $6x+4y+5=0$ **(C)** $6x+4y-5=0$ **(D)** $-6x+4y+5=0$

4. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta paralela ao eixo Ox?

(A) $x=1 \wedge y=3$

(B) $(x,y,z)=(0,1,1)+k(3,0,0),\ k \in \mathbb{R}$

(C) $x=2 \wedge z=4$

(D) $(x,y,z)=(1,0,0)+k(0,1,1),\ k \in \mathbb{R}$

5. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os vetores $\vec{u}(3,a+2,-1)$ e $\vec{v}\left(-a,-\frac{8}{3},a-\frac{4}{3}\right)$, com $a \in \mathbb{R}$ e a superfície esférica S definida pela equação $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z-54=0$.

5.1. Determine o valor real de a de modo que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares.

5.2. Determine os valores reais de a de modo que $\|\vec{u}\|=\sqrt{26}$.

5.3. Sejam P e Q os pontos tais que:

- P é o centro da superfície esférica S;
- Q é o ponto de interseção da superfície S com a reta definida pela condição $x=6 \wedge y=1$, de cota positiva.

Determine as coordenadas do vetor $\overrightarrow{PQ}$.

FIM

Soluções

1.

1.1. $(3,-1,2)$

1.2.

1.2.1. $x+z-2=0$

1.2.2. $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2 \leq 25$

1.2.3. $y=-1 \wedge z=1$

1.2.4. $x=1 \wedge y=-1$

2.

2.1. $(x,y,z)=(2,18,2)+k(-4,-4,7),\ k \in \mathbb{R}$, por exemplo

2.2. $\left(11, 0, -\frac{1}{4}\right)$

3.

3.1. $(x, y, z) = (2, -3, -2) + k(0, 1, 0),\ k \in \mathbb{R}$, por exemplo

3.2. **(A)**

4. **(B)**

5.

5.1. $a = 2$

5.2. $a = -6 \vee a = 2$

5.3. $(4, 4, 6)$