

11º ANO | FICHA 13 | 2022

António Leite

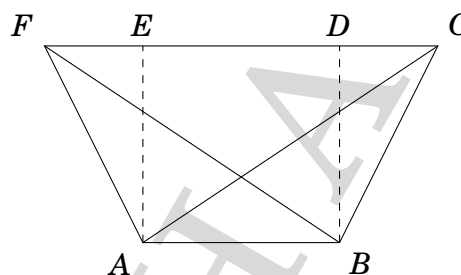
1. Num plano munido de um referencial ortonormado xOy , considere os pontos $A(4, -3)$, $B(2, -5)$ e $C(-1, 6)$.
 - 1.1. Determine a equação reduzida da reta t perpendicular à reta AB e que passa pelo ponto C .
 - 1.2. Calcule o valor exato da área do triângulo $[ABC]$.
 - 1.3. Usando o produto escalar, determine a equação reduzida:
 - 1.3.1. da mediatriz do segmento de reta $[AC]$;
 - 1.3.2. da circunferência de diâmetro $[BC]$;
 - 1.3.3. da reta s , perpendicular a uma reta r cuja a inclinação é de 150° e que passa pelo ponto C .
 - 1.4. Determine as coordenadas dos vetores de norma 4 perpendiculares ao vetor \overrightarrow{AB} .
2. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos $A(-1, 4, 3)$ e $B(3, -2, 5)$. Identifique e defina por uma equação cartesiana o lugar geométrico dos pontos $P(x, y, z)$ do espaço tais que:
 - 2.1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$, onde M é o ponto médio de $[AB]$
 - 2.2. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$
 - 2.3. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$
3. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, a superfície esférica definida pela equação $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 6$ e o ponto T de coordenadas $(2, -4, 4)$.
 - 3.1. Mostre que o ponto T pertence à superfície esférica.
 - 3.2. Qual das seguintes define uma equação do plano tangente à superfície esférica no ponto T ?

(A) $x - 2y + z - 14 = 0$	(C) $x - 2y + z - 2 = 0$
(B) $-x + 2y - z - 14 = 0$	(D) $-x + 2y - z - 2 = 0$

4. Na figura está representado o trapézio isósceles $[ABCF]$.

Sabe-se que:

- $[ABDE]$ é um quadrado cuja medida de comprimento do lado é $2a$
- os pontos D e E pertencem ao segmento de reta $[CF]$
- $\overline{FC} = 4a$

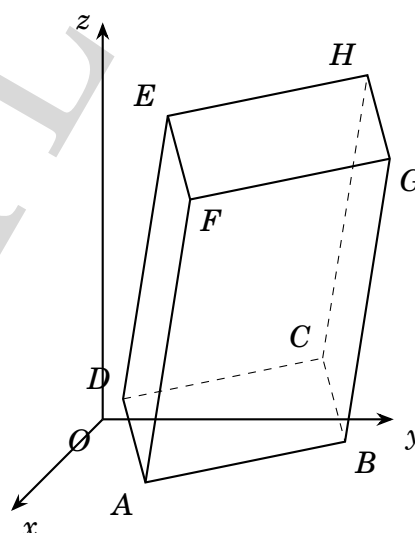


Mostre que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{FB} = 5a^2$.

5. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o vértice D pertence ao eixo Ox
- as coordenadas dos vértices A , B e H são $(1, 2, -2)$, $(-3, 8, -2)$ e $(0, 10, 13)$, respectivamente.



5.1. Determine a amplitude do ângulo BAH .

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

5.2. Determine a equação reduzida da superfície esférica de centro no ponto E e que passa no ponto A .

5.3. Usando o produto escalar, determine uma equação do plano mediador do segmento de reta $[AH]$.

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, com a, b, c e $d \in \mathbb{R}$.

FIM

Soluções

1.

1.1. $y = -x + 5$

1.2. 14

1.3.

1.3.1. $y = \frac{5}{9}x + \frac{2}{3}$

1.3.2. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{65}{2}$

1.3.3. $s: y = \sqrt{3}x + 6 + \sqrt{3}$

1.4. $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ou $(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

2.

2.1. $2x - 3y + z - 3 = 0$

Plano Mediator de $[AB]$

2.2. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 14$

Superfície esférica de diâmetro $[AB]$

2.3. $2x - 3y + z - 17 = 0$

Plano perpendicular ao segmento de reta $[AB]$ e que passa pelo ponto B

3.

3.2. (A)

5.

5.1. 65°

5.2. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 + (z - 13)^2 = 238$

5.3. $-x + 8y + 15z - 130 = 0$