

11º ANO | FICHA 5 | 2021

António Leite

---

1. Calcule o valor exato de:

1.1.  $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - 2\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

1.2.  $\cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + 2\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) - 3\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

1.3.  $\tan\left(-\frac{17\pi}{3}\right) + 2\cos(-12\pi) - 3\tan\left(-\frac{19\pi}{4}\right)$

1.4.  $2\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) - 3\cos\left(-\frac{19\pi}{4}\right) + 2\tan\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$

1.5.  $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) - 2\sin\left(-\frac{20\pi}{3}\right) - 3\tan\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$

2. Mostre que:

2.1.  $2\cos(-\pi - \alpha) - 3\sin(\alpha + \pi) - \cos(-\pi + \alpha) = 3\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$

2.2.  $2\cos\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 4\sin(-\pi - \alpha) - \cos(\pi - \alpha) = \cos(\alpha) - 6\sin(\alpha)$

2.3.  $\tan(\alpha + \pi) - 3\cos(-\pi + \alpha) + 2\tan(-\pi + \alpha) = 3(\cos(\alpha) + \tan(\alpha))$

2.4.  $\cos\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \times \sin(-\pi + \alpha) + \cos^2(-\alpha) - \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 1 - \frac{1}{\tan(\alpha)}$

2.5.  $\tan(-3\pi + \alpha) - \cos(-21\pi - \alpha) + \sin\left(-\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = 2\cos(\alpha) + \tan(\alpha)$

2.6.  $\cos(140\pi - \alpha) + \sin(-\alpha + 211\pi) - 3\tan(-17\pi + \alpha) - \sin\left(-\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha) - 3\tan(\alpha)$

3. Considere:

3.1.  $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$  tal que  $\sin(-\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$ .

Determine o valor exato de  $\cos(-\alpha + \pi) - \tan(-\alpha)$ .

3.2.  $\alpha \in ]-\pi, 0[$  tal que  $\cos(\pi + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

Determine o valor exato de  $\sqrt{14}\sin(-\alpha + \pi) - \sqrt{7}\tan(-\alpha - \pi)$ .

3.3.  $\alpha \in ]-2\pi, -\pi[$  tal que  $5\sin\left(-\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = 3$ .

Determine o valor exato de  $10\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) - 3\tan(-5\pi - \alpha)$ .

4. Prove as seguintes igualdades:

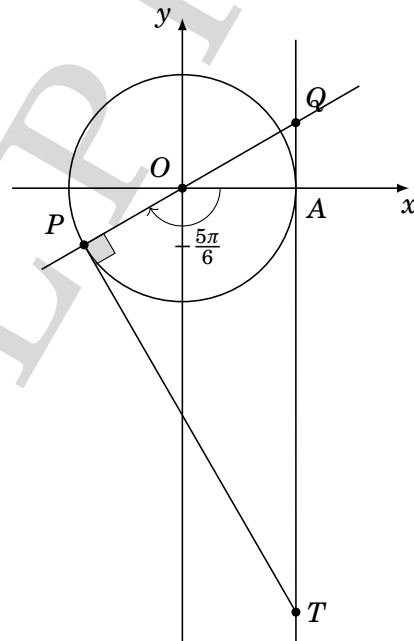
$$4.1. \frac{1}{1 - \tan \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$4.2. \left( \frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right)^2 = \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

5. Na figura está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência trigonométrica e o triângulo  $[PQT]$ , retângulo em  $P$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1, 0)$
- $\widehat{AOP} = -\frac{5\pi}{6}$  rad
- os pontos  $Q$  e  $T$  têm abcissa 1
- $[QT]$  é perpendicular ao semieixo positivo  $Ox$
- o ponto  $P$  pertence à circunferência



5.1. Determine as coordenadas dos pontos  $P$  e  $Q$ .

5.2. Determine a amplitude do ângulo  $PQT$ .  
Apresente o valor pedido em radianos.

5.3. Determine o valor exato da área do triângulo  $[PQT]$ .

**FIM**

---

## Soluções

1.

1.1. 2

1.2.  $2 - \frac{7\sqrt{3}}{2}$

1.3.  $-1 + \sqrt{3}$

1.4.  $2 - \sqrt{3} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$

1.5.  $-3 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

3.

3.1.  $\frac{5\sqrt{2}}{12}$

3.2.  $\frac{7}{2}$

3.3. 12

5.

5.1.  $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  e  $Q\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

5.2.  $\frac{\pi}{3}$  rad

5.3.  $\frac{12+7\sqrt{3}}{6}$