

12º ANO | FICHA 16 | 2022

António Leite

1. O António tem dez livros, todos diferentes, sendo cinco de Topologia, três de Álgebra e dois de Análise.

O António pretende arrumar, numa prateleira, os dez livros, uns a seguir aos outros.

De quantas maneiras o pode fazer, ficando os livros de Topologia todos juntos e os livros de Álgebra, também, todos juntos?

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja  $f$  a função, de domínio  $[3, 4]$ , definida por  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2 - x}$ .

Mostre recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, que existe pelo menos um ponto pertencente ao gráfico da função  $f$  tal que a reta tangente ao gráfico da função nesse ponto é paralela ao eixo  $Ox$ .

3. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as equações:

3.1.  $4 \sin x \cos x - 1 = 0$

3.2.  $\cos x + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3.3.  $5 \cos x - \cos(2x) = 3$

4. Calcule, caso exista, os seguintes limites:

4.1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{2x}$

4.4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

4.2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right)}$

4.5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin(x^2)}$

4.3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi - x)}{x(2 + \cos(\pi - x))}$

4.6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{\sin(x - 2)}$

5. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } x < \frac{\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{2} & \\ \sin(x) - 2 & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- 5.1. Estude a função  $f$  quanto à continuidade no ponto de abcissa  $x = \frac{\pi}{2}$

- 5.2. Determine, recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto,  $f'(\pi)$ .

**FIM**

---

## Soluções

1. 17280

3.

3.1.  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.2.  $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.3.  $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

4.

4.1.  $\frac{3}{2}$

4.2.  $\frac{1}{2}$

4.3. 1

4.4. 0

4.5. 1

4.6. 3

5.

5.1. É contínua em  $x = \frac{\pi}{2}$

5.2. -1