

11º ANO | FICHA 18 | 2022

António Leite

1. Determine uma expressão do termo geral da progressão geométrica (u_n) sabendo que:

1.1. $u_2 = -6$ e $u_5 = 162$.

1.2. $u_7 = 24$, $u_{15} = 384$ e (u_n) é monótona.

1.3. $u_4 = 24$ e $u_7 = u_5 + 72r$, r é a razão e (u_n) é monótona crescente.

1.4. $u_2 = -\frac{1}{6}$, $u_{10} = 16u_{14}$ e (u_n) é não monótona.

2. Considere uma progressão geométrica não monótona (w_n) .

Sabe-se que $w_2 = -3$ e $w_6 = -\frac{1}{27}$.

2.1. Qual é o valor de w_9 ?

(A) $\frac{1}{243}$

(B) $\frac{1}{729}$

(C) $\frac{1}{2187}$

(D) $\frac{1}{6561}$

2.2. Seja S_n a soma dos primeiros n termos desta progressão.

Prove que $S_n = \frac{27}{4} \left(1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^n \right)$.

3. Três termos consecutivos de uma progressão geométrica são dados para um certo valor de k , respetivamente por $k - 1$, $2k$ e $21 - k$.

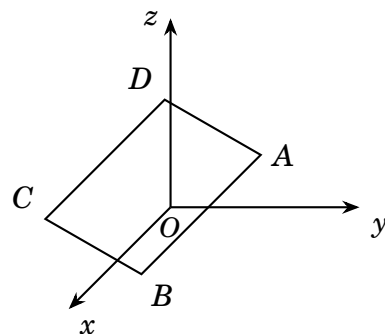
Determine esses três termos.

Apresente todas as soluções possíveis.

4. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelogramo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-1, 2, 1)$
- o ponto B tem coordenadas $(2, 0, -1)$
- o ponto D tem coordenadas $(3, 1, 4)$



Determine uma equação do plano perpendicular à reta AB e que passa no ponto C .

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$.

5. Seja f a função de domínio $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$, definida por $f(x) = 2 \sin x \cos^2 x$.

No domínio indicado, determine, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, a área do triângulo $[PQR]$, em que:

- P é o ponto do gráfico da função f cuja ordenada é mínima;
- Q e R são os pontos de interseção do gráfico da função f com a reta de equação $y = -0,4$.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) vizualizado(s) na calculadora que lhe permita(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às centésimas;
- desenhe o triângulo $[PQR]$;
- apresente o valor pedido arredondado às décimas.

FIM

Soluções

1.

1.1. $u_n = 2 \times (-3)^{n-1}$

1.2. $u_n = 3 \times (\sqrt{2})^{n-1}$

1.3. $u_n = 3 \times 2^{n-1}$

1.4. $u_n = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

2.

2.1. (B)

3. 2, 6 e 18 ou $\frac{2}{5}$, $\frac{14}{5}$ e $\frac{98}{5}$

4. $3x - 2y - 2z - 16 = 0$

5. A área do triângulo $[PQR]$ é, aproximadamente, 0,2.