

12º ANO | FICHA 21 | 2022

António Leite

1. Resolva, em \mathbb{R} , as seguintes condições:

1.1. $\frac{2 + \log_3 x}{\log_3 x} + \frac{\log_3 x}{1 + \log_3 x} = 2$

1.2. $(\log(x))(\log(x) - 1) = 6$

2. Para certos valores de a, b e c ($a > 1, b > 1$ e $c > 1$), tem-se que:

- $\log_a b = x$
- $\log_b c = y$
- $\log_c a = z$

Qual é, para esses valores de a, b e c , o valor de $(3 - xyz)^3$?

- (A) -8 (B) -1 (C) 6 (D) 8

3. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 - \frac{1}{3}i$ e $z_3 = 2 + i$.
Escreva, na forma algébrica, o número complexo:

3.1. $\frac{z_1}{z_2}$

3.2. $\frac{-iz_1}{z_3}$

4. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $w = 2 - 2\sqrt{3}i^{23} + \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{3}i)^2$.
Escreva o número complexo w na forma algébrica.

5. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere:

$$z_1 = \frac{5 + i + i^{23}}{2 - i}, z_2 = \frac{-6 + 3i + i^{63}}{1 - 2i} - 2i^{2022} \text{ e } z_3 = \frac{(2 + i)^2 + 1 + i^{4n+11}}{i(-i + 2)}$$

- 5.1. Determine, na forma algébrica, o inverso de z_1 .
5.2. Prove que z_2 é um imaginário puro.
5.3. Mostre que $z_2 = -iz_3 + 1$.

FIM

Soluções

1.

1.1. $\left\{\frac{1}{9}\right\}$

1.2. $\left\{\frac{1}{100}, 1000\right\}$

2. (D)

3.

3.1. $\frac{9}{10} + \frac{33}{10}i$

3.2. $\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$

4. $-2 + 6\sqrt{3}i$

5.

5.1. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$

PLANO ALPHA