PLANO α

10º ANO | FICHA 19 | 2022

António Leite

---

1. Considere duas funções reais de variável real f e g, ambas de domínio $\mathbb{R}$.

Sabe-se que:

- f é uma função ímpar e g é uma função par
- f é uma função bijetiva
- $f(2)=\sqrt{8}$
- $g(-1)=3\sqrt{2}$

Qual é o valor de $\dfrac{f^{-1}(\sqrt{8})+8}{g(1)-f(-2)}$?

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(B)** $\sqrt{2}$ **(C)** $5\sqrt{2}$ **(D)** $-10\sqrt{2}$

2. Considere as funções reais de variável real, f, g e h definidas por:

- $f(x)=\dfrac{x}{x-3}$
- $g(x)=-2x+1$
- $h(x)=\dfrac{2x+1}{x-5}$

2.1. Determine o domínio das funções f, g e h.

2.2. Caracterize a função h^{-1}, inversa de h.

2.3. Caracterize a função $f\circ g$.

3. Considere uma função f, real de variável real, de domínio $\mathbb{R}$.

Descreva como pode obter o gráfico de cada uma das seguintes funções a partir do gráfico da função f.

3.1. $g(x)=f(x-3)$

3.2. $h(x)=f(x+1)-4$

3.3. $j(x)=f(-x)+1$

3.4. $m(x)=-f(x+2)$

3.5. $n(x)=3f\left(\dfrac{x}{2}\right)$

3.6. $o(x)=\dfrac{1}{2}f(4x)$

3.7. $r(x)=-\dfrac{3}{2}f(-3x)+1$

3.8. $s(x)=-\dfrac{1}{3}f(3x+6)$

4. Considere uma função f, real de variável real.

Sabe-se que:

- $D_f = [-4, 6]$
- $D'_f = \left[-\frac{3}{2}, 5\right]$
- os zeros de f são: -3, 2 e $\frac{7}{2}$

Indique o domínio, o contradomínio e os zeros, caso existam, de cada uma das seguintes funções:

4.1. $g(x) = f(x-8)$

4.2. $h(x) = f(-x)$

4.3. $j(x) = -f(x)$

4.4. $t(x) = f(x+3)+2$

5. Considere as funções f e g, ambas de domínio $\mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \frac{x}{2}+3$ e $g(x) = -x+4$.
Sabe-se que:

- A é o ponto do gráfico de f de ordenada 7
- B é o ponto do gráfico de g de abcissa 2

5.1. Determine a equação reduzida da circunferência de diâmetro $[AB]$.

5.2. Seja I o ponto de interseção dos gráficos de f e g.
Determine a equação reduzida da mediatriz de $[OI]$, sendo O a origem do referencial.

FIM

Soluções

1. **(B)**

2.

2.1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
$D_g = \mathbb{R}$
$D_h = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

2.2.

$$h^{-1}: \ \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{5x+1}{x-2}$$

2.3.

$$f \circ g: \ \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{2x-1}{2x+2}$$

3. O gráfico obtém-se a partir do gráfico de f percorrendo, sucessivamente, as seguintes transformações:

3.1. Translação horizontal associada ao vetor $\vec{u}(3,0)$.

3.2. Translação associada ao vetor $\vec{v}(-1,-4)$.

3.3.
1. Reflexão de eixo Oy;
2. Translação vertical associada ao vetor $\vec{w}(0,1)$.

3.4.
1. Translação horizontal associada ao vetor $\vec{t}(-2,0)$;
2. Reflexão de eixo Ox.

3.5.
1. Dilatação horizontal de coeficiente 2;
2. Dilatação vertical de coeficiente 3.

3.6.
1. Contração horizontal de coeficiente $\frac{1}{4}$;
2. Contração vertical de coeficiente $\frac{1}{2}$.

3.7.
1. Contração horizontal de coeficiente $\frac{1}{3}$;
2. Reflexão de eixo Oy;
3. Dilatação vertical de coeficiente $\frac{3}{2}$;
4. Reflexão de eixo Ox;
5. Translação vertical associada ao vetor $\vec{p}(0,1)$.

3.8.
1. Translação horizontal associada ao vetor $\vec{u}(-2,0)$;
2. Contração horizontal de coeficiente $\frac{1}{3}$;
3. Contração vertical de coeficiente $\frac{1}{3}$;
4. Reflexão de eixo Ox.

4.

4.1. $D_g = [4,14]$

$D'_g = \left[-\frac{3}{2}, 5\right]$

Zeros de g: 5, 10 e $\frac{23}{2}$

4.2. $D_h = [-6,4]$

$D'_h = \left[-\frac{3}{2}, 5\right]$

Zeros de h: $-\frac{7}{2}$, -2 e 3

4.3. $D_j = [-4, 6]$

$D'_j = \left[-5, \frac{3}{2}\right]$

Zeros de j: -3, 2 e $\frac{7}{2}$

4.4. $D_t = [-7, 3]$

$D'_t = \left[\frac{1}{2}, 7\right]$

Zeros de t: não tem

5.

5.1. $(x-5)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$

5.2. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{26}{5}$