

12º ANO | MINITESTE 3 | 2023

António Leite

1. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4}{x^2 - 5x + 6} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 8}}{x - 1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

1.1. Estude, sem recorrer à calculadora, a função f quanto à existência de assíntotas não verticais ao seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

1.2. Estude, sem recorrer à calculadora, a função f quanto à existência de assíntotas verticais ao seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

2. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, definida por $g(x) = \frac{2x - 3}{x + 1}$.

2.1. Determine $g'(-2)$, recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto.

2.2. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa -2 .

3. De uma função f , de domínio \mathbb{R}^+ , sabe-se que:

- não tem zeros;
- a reta de equação $y = -2x + 5$ é assíntota ao seu gráfico.

Seja g a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = \frac{x^2 + x}{f(x)}$.

Mostre que o gráfico de g tem uma assíntota oblíqua e determine a equação reduzida dessa assíntota.

4. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$.

A função f tem dois extremos relativos.

Prove que a soma dos valores desses dois extremos é igual a zero.

Na sua resposta, deve:

- estudar a função f quanto à monotonia, indicando o(s) intervalo(s) de monotonia;
- determinar os extremos;
- determinar a soma pedida.

5. Um saco contém bolas de três cores, indistinguíveis ao tato.

Onze bolas são vermelhas, seis bolas são azuis e as restantes são verdes. Seja n o número total de bolas verdes.

As bolas vão ser retiradas, sucessivamente, e ao acaso, do saco e dispostas sobre uma mesa, alinhadas pela ordem em que são retiradas.

Qual é a probabilidade de as bolas vermelhas ficarem todas juntas e as bolas azuis ficarem, também, todas juntas?

(A) $\frac{11! \cdot 6! \cdot n!}{(n + 17)!}$

(B) $\frac{11! \cdot 6! \cdot (n + 2)!}{(n + 17)!}$

(C) $\frac{11! \cdot n!}{(n + 17)!}$

(D) $\frac{17! \cdot n!}{(n + 17)!}$

FIM