

## 12º ANO | TESTE 1 | 2023

António Leite

---

1. Considere os conjuntos  $A$  e  $B$  de um universo  $U$ .

Prove que  $\left[ A \cap (B \cup \bar{A}) \right] \cup (\bar{A} \setminus \bar{B}) = B$ .

2. Quantos números pares de sete algarismos maiores que cinco milhões se podem escrever, utilizando os algarismos do número 2344556?

3. Considere a seguinte expressão  $\left( \sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{2x}} \right)^{12}$ , com  $x > 0$ .

Determine, caso exista, o termo independente de  $x$  deste desenvolvimento.

4. Considere a linha do triângulo de Pascal em que a soma do segundo elemento com o penúltimo é igual a 42.

Indique, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações.

I. O quarto elemento da linha seguinte é 7315.

II. O maior elemento da linha anterior é 184756.

III. A soma dos seis menores elementos dessa linha é 27687.

5. Resolva, em  $\mathbb{N}$ , a seguinte equação:  $\frac{{}^{n+1}C_5}{{}^{n-1}C_3} = \frac{39}{5}$ .

6. O António dispõe de dez cartas todas diferentes, a saber: cinco do naipe de paus, três do naipe de copas e as restantes do naipe de espadas.

O António vai dispor essas dez cartas sobre uma mesa, lado a lado, da esquerda para a direita, de modo a formar uma sequência com as dez cartas.

Quantas sequências diferentes pode o António fazer, de modo que:

6.1. as cartas de espadas não fiquem juntas?

6.2. as cartas de paus fiquem juntas, assim como as cartas de copas?

6.3. não fiquem duas cartas de copas juntas?

7. Uma turma de uma escola secundária tem 12 alunos, dos quais apenas um é uma rapariga, a Ana.

7.1. Os alunos desta turma vão dispor-se, lado a lado, em linha reta, para tirar uma fotografia.

De quantas formas diferentes se podem dispor os 12 alunos, ficando a Ana no meio dos dois alunos mais altos?

7.2. Pretende-se formar uma comissão de quatro alunos desta turma com as seguintes condições:

- um dos quatro alunos será o representante da comissão e os restantes três têm tarefas indiferenciadas;
- a Ana irá fazer parte dessa comissão.

Quantas comissões diferentes podem ser formadas nestas condições?

8. Na figura ao lado está representado um tabuleiro dividido em 20 quadrados iguais, dispostos em quatro filas horizontais ( $A, B, C$  e  $D$ ) e em cinco filas verticais (1, 2, 3, 4 e 5).

O António dispõe de 9 cores diferentes, das quais uma é vermelha e outra é azul, para pintar 12 dos 20 quadrados do tabuleiro.

Cada quadrado vai ser pintado de uma única cor.

De quantas maneiras diferentes o pode fazer se:

	1	2	3	4	5	
A						A
B						B
C						C
D						D

8.1. usar a cor vermelha em exatamente sete quadrados, a cor azul em exatamente três quadrados e os restantes quadrados serem pintados de cores diferentes?

8.2. todos os quadrados de exatamente duas filas verticais forem pintados com a cor vermelha, no máximo um quadrado for pintado com a cor azul e os restantes quadrados forem pintados com a mesma cor, mas diferente da vermelha?

9. Considere todos os números naturais de quatro algarismos diferentes.

Destes números, quantos são:

9.1. pares?

9.2. superiores a 3120?

10. Pretende-se colocar sete bolas indistinguíveis em quatro caixas diferentes, de forma a que cada caixa contenha pelo menos uma bola.

De quantas maneiras diferentes podem as bolas ficar colocadas nas caixas?

**FIM**