

11º ANO | FICHA 12 | 2022

António Leite

---

1. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \sqrt{3} + 2\cos(2x)$ .

1.1. Determine o contradomínio da função  $f$ .

Apresente o resultado usando a notação de intervalos de números reais.

1.2. Determine uma expressão geral dos zeros da função  $f$ .

1.3. Qual dos seguintes é o minimizante negativo de maior valor da função  $f$ ?

- (A)  $-\frac{3\pi}{2}$                       (B)  $-\pi$                       (C)  $-\frac{\pi}{2}$                       (D)  $-\frac{\pi}{4}$

1.4. Prove que  $f$  é uma função periódica de período  $\pi$ .

2. Considere as funções  $g$  e  $h$ , reais de variável real, definidas por:

$$g(x) = 2 - 4\sin^2\left(x + \frac{\pi}{5}\right) \text{ e } h(x) = 4 + 4\tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$$

2.1. Qual dos seguintes intervalos de números reais é o contradomínio da função  $g$ ?

- (A)  $[-2, 6]$                       (B)  $[-2, 2]$                       (C)  $[0, 4]$                       (D)  $[0, 6]$

2.2. Determine o domínio da função  $h$ .

3. Num triângulo equilátero  $[ABC]$  de lado  $2a$ , o valor de  $(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC}$  é?

- (A) 0                      (B)  $-4a^2$                       (C)  $-2a^2$                       (D)  $2a^2$

4. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , os pontos  $A(-2, 5)$ ,  $B(4, -3)$  e  $C(1, -4)$  e os vetores  $\vec{u}(4, -2)$  e  $\vec{v}(1, 3)$ .

4.1. Escreva a equação reduzida da reta  $AC$  e em seguida determina a inclinação dessa reta.

Apresente o valor da inclinação da reta em radianos, arredondado às centésimas.

4.2. Determine as coordenadas do ponto  $P$  da bissetriz dos quadrantes pares tal que  $\vec{AP} \cdot \vec{CB} = -1$ .

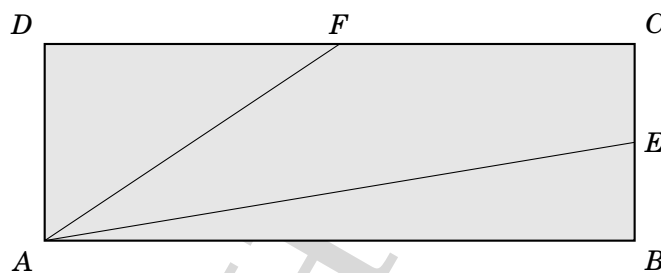
4.3. Determine a amplitude do ângulo formado pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .

Apresente o resultado em graus, arredondado às décimas.

5. Na figura está representado o retângulo  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- $E$  é o ponto médio de  $[BC]$
- $F$  é o ponto médio de  $[DC]$
- $\overline{AB} = 3 \times \overline{BC}$



Mostre que  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{FA} = -5 \times \overline{BC}^2$ .

**FIM**

---

### Soluções

1.

1.1.  $D'_f = [-2 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$

1.2.  $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1.3. (C)

2.

2.1. (B)

2.2.  $D_h = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

3. (A)

4.

4.1.  $AC : y = -3x - 1$  e  $\alpha = 1,89\text{rad}$

4.2.  $P(-1, 1)$

4.3.  $98,1^\circ$