

12º ANO | FICHA 1 | 2024

António Leite

---

1. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{6x^2+3}}{x-4} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{x^2+2x-3}{4-4x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

- 1.1. Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função  $f$  é contínua em  $x = 1$ .
- 1.2. O gráfico de  $f$  tem uma assíntota horizontal, quando  $x$  tende para  $-\infty$ , e tem uma assíntota oblíqua, quando  $x$  tende para  $+\infty$ .  
Determine a equação reduzida de cada uma dessas assíntotas.

2. Considere as funções  $g$  e  $h$ , de domínios  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  e  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ , definidas, por

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x - 4}{x + 1} \text{ e } h(x) = \frac{-x^4 + 16}{x^3 - 8}$$

- 2.1. Estude cada uma das funções quanto à existência de assíntotas verticais ao seu gráfico.
- 2.2. O gráfico de  $g$  tem uma assíntota oblíqua, quando  $x$  tende para  $+\infty$ .  
O gráfico de  $h$  tem uma assíntota oblíqua, quando  $x$  tende para  $+\infty$ .  
Determine as coordenadas do ponto de interseção das retas que definem essas assíntotas.

3. Considere a função  $j$ , de domínio  $]2, +\infty[$ , definida por  $j(x) = \frac{x^2-4}{\sqrt{x-2}}$ .  
Estude a função  $j$  quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico.

4. Considere, para um certo número real  $k$ , a função  $p$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x^2-1} & \text{se } x > 1 \\ \frac{k+x}{x-2} & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

- 4.1. Determine  $k$ , sabendo que  $p$  é contínua em  $x = 1$ , recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.
- 4.2. O gráfico de  $p$  tem uma assíntota oblíqua quando  $x \rightarrow +\infty$ .  
Determine a equação reduzida dessa assíntota.

5. Considere a função  $k$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $k(x) = \frac{2x^2 - x}{|x| + 2}$ .

Estude a função  $k$  quanto à existência de assíntotas verticais e de assíntotas oblíquas ao seu gráfico e, caso existam, escreva as respectivas equações.

**FIM**

---

### Soluções

1.

1.1.  $f$  é contínua em  $x = 1$

1.2. Em  $-\infty$ :  $y = -\sqrt{6}$

Em  $+\infty$ :  $y = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$

2.

2.1. A reta de equação  $x = -1$  é assíntota vertical ao gráfico de  $g$ .

O gráfico de  $h$  não tem assíntotas verticais.

2.2.  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

3. O gráfico de  $j$  não tem assíntotas.

4.

4.1.  $k = -\frac{5}{2}$

4.2.  $y = x$

5. O gráfico de  $k$  não tem assíntotas verticais.

As retas de equação  $y = 2x - 5$  e  $y = -2x - 3$  são assíntotas oblíquas ao gráfico de  $k$  em  $+\infty$  e  $-\infty$ , respectivamente.