

12º ANO | FICHA 2 | 2024

António Leite

1. Seja g a função de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, definida por $g(x) = \frac{3x-2}{x-2}$.

1.1. Determine $g'(-1)$, recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto.

1.2. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa 3.

2. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+x-1}{1+x^3} & \text{se } x > -1 \\ -1 & \text{se } x = -1 \\ \frac{\sqrt{x+10}-3}{x^2-1} & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função f é contínua em $x = -1$.

3. Considere, para um certo número real k , a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-x^3-1}{2x^2-2} & \text{se } x > 1 \\ k + \frac{x+1}{x-3} & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

3.1. Determine o valor de k , sabendo que f é contínua em $x = 1$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

3.2. Prove que para $x > 1$ a função f' pode ser definida pela expressão $f'(x) = \frac{-x^3-x^2+2}{2(x+1)^2(x-1)}$.

4. Seja h a função de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por $h(x) = \frac{3x-1}{x+2}$.

Determine os valores reais que a pode tomar de modo que $\frac{4}{7}h'(a) + h(a) = 0$.

5. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função h , de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = x^4 - x + 1$.

Está, ainda, representada a reta r , tangente ao gráfico de h no ponto T de abcissa a , com $a \in \mathbb{R}$.

Sabe-se que a reta r interseca o eixo Oy no ponto B de coordenadas $(0, b)$, com $b \in \mathbb{R}$ e tem declive -5 .

5.1. O valor de $\left(\frac{a}{b}\right)^b$ é:

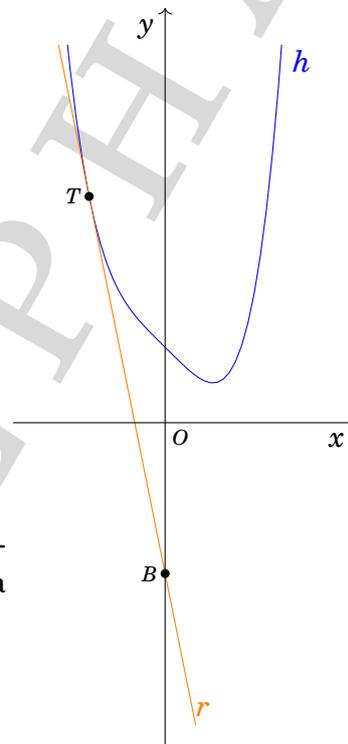
(A) 4

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 2

(D) $\frac{1}{4}$

5.2. Determine, usando o produto escalar, a equação reduzida da reta s , perpendicular à reta r e que passa no ponto T .



FIM

Soluções

1.

1.1. $-\frac{4}{9}$

1.2. $y = -4x + 19$

2. Não é contínua em $x = -1$

3.

3.1. $k = \frac{3}{4}$

4. $a = -1 \vee a = -\frac{2}{3}$

5.

5.1. (A)

5.2. $y = \frac{1}{5}x + \frac{16}{5}$