



10.º ANO | MATEMÁTICA A

RESUMOS
GEOMETRIA SINTÉTICA
NO PLANO

ANTÓNIO LEITE | 2025

GEOMETRIA SINTÉTICA NO PLANO

Pontos Notáveis do triângulo

- Incentro
- Circuncentro
- Ortocentro
- Baricentro

O incentro de um triângulo é o ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos internos desse triângulo.

Notas:

- A bissetriz de um ângulo é uma semirreta que divide esse ângulo em dois ângulos congruentes, ou seja, iguais.
- Qualquer ponto da bissetriz de um ângulo convexo é equidistante dos lados desse ângulo.
- A circunferência inscrita num triângulo é a que tem centro no incentro e é tangente aos lados desse triângulo.

O circuncentro de um triângulo é o ponto de interseção das mediatrizes dos lados desse triângulo.

Notas:

- A mediatriz é um segmento de reta é a reta perpendicular a esse segmento de reta que passa no seu ponto médio.
- Num triângulo acutângulo o circuncentro localiza-se no interior desse triângulo.
- Num triângulo retângulo o circuncentro localiza-se sobre a hipotenusa desse triângulo.
- Num triângulo obtusângulo o circuncentro localiza-se no exterior desse triângulo.
- A circunferência circunscrita a um triângulo é a que passa pelos seus três vértices e tem centro no circuncentro desse triângulo.
- Em qualquer triângulo equilátero, o incentro e o circuncentro coincidem.

O ortocentro de um triângulo é o ponto de interseção das retas suporte das alturas desse triângulo.

Notas:

- A altura de um triângulo relativamente a um dos lados é o segmento de reta perpendicular à reta suporte desse lado.
- Um triângulo tem três alturas, uma relativa a cada uma das bases.
- Num triângulo isósceles (ou escaleno) e acutângulo o ortocentro localiza-se no interior desse triângulo.

- Num triângulo isósceles (ou escaleno) e retângulo o ortocentro é o vértice de ângulo reto desse triângulo.
- Num triângulo isósceles (ou escaleno) e obtusângulo o ortocentro localiza-se no exterior desse triângulo.
- Num triângulo equilátero o ortocentro localiza-se no interior desse triângulo.

O baricentro de um triângulo é o ponto de interseção das medianas desse triângulo.

Notas:

- A mediana de um triângulo é um segmento de reta cujos extremos são um vértice desse triângulo e o ponto médio do lado oposto a esse vértice.
- Qualquer triângulo tem três medianas.
- A distância do baricentro de um triângulo a um vértice é igual a $\frac{2}{3}$ do comprimento da respectiva mediana.
- Uma mediana de um triângulo divide-o em dois triângulos equivalentes, isto é, em dois triângulos com a mesma área.
- As três medianas de um triângulo dividem-no em seis triângulos equivalentes, isto é, em seis triângulos com a mesma área.

Reta de Euler

A reta de Euler de um triângulo é a reta que passa pelo ortocentro, baricentro e circuncentro desse triângulo.

Notas:

- Num triângulo isósceles o incentro também pertence à reta de Euler.
- Num triângulo equilátero, os quatro pontos notáveis desse triângulo são coincidentes, pelo que, não é possível definir a reta de Euler, que se diz indeterminada.
- Num triângulo escaleno e acutângulo, os quatro pontos notáveis desse triângulo pertencem ao seu interior, porém o incentro não pertence à reta de Euler.
- Num triângulo isósceles e obtusângulo o incentro pertence à reta de Euler, mas o circuncentro localiza-se no exterior desse triângulo.
- Num triângulo isósceles e retângulo, o circuncentro pertence a um dos lados desse triângulo e o incentro pertence à reta de Euler.
- o baricentro e o incentro de um triângulo localizam-se sempre no interior desse triângulo. Quando o circuncentro se localiza no exterior de um triângulo, significa que esse triângulo é obtusângulo e nesse caso, também, o ortocentro se localiza no exterior desse triângulo.

Circunferência dos nove pontos

A circunferência dos nove pontos é uma circunferência construída a partir de um triângulo e que passa por nove pontos relevantes desse triângulo, a saber:

- os pés das alturas desse triângulo;
- os pontos médios dos lados desse triângulo;
- os pontos médios dos segmentos de reta cujos extremos são o ortocentro e cada um dos vértices desse triângulo.

Notas:

- A distância do ortocentro ao baricentro é o dobro da distância do baricentro ao circuncentro.
- O centro da circunferência dos nove pontos é o ponto médio do segmento definido pelo circuncentro e pelo ortocentro.
- o raio da circunferência dos nove pontos é metade do raio da circunferência circunscrita ao triângulo.