

1. Relativamente a dois ângulos α e β sabe-se que:

- $\alpha \in] - 90^\circ, 0^\circ [$
- $\beta \in] 0^\circ, 120^\circ [$

Qual das seguintes expressões representa um número positivo?

- (A) $-\sin \beta - \cos \alpha$
- (B) $\sin(-\beta) \times \tan \alpha$
- (C) $-\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \sin \alpha$
- (D) $\tan\left(-\frac{\beta}{2}\right) \times \cos \alpha$

2. Seja θ um ângulo pertencente ao intervalo $]120^\circ, 180^\circ]$.

Sabe-se que $\cos \theta = \frac{3-2k}{5}$, $k \in \mathbb{R}$.

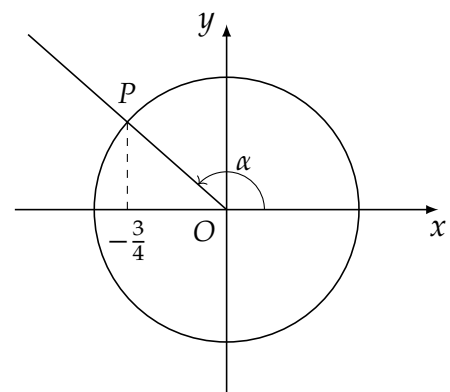
Determine todos os valores que k pode tomar.

Apresente o resultado na forma de intervalo de números reais.

3. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência trigonométrica.

Sabe-se que:

- α é a amplitude, em graus, do ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e o lado extremidade é a semirreta $\vec{OP}$;
- o ponto P de abscissa $-\frac{3}{4}$ pertence à circunferência.



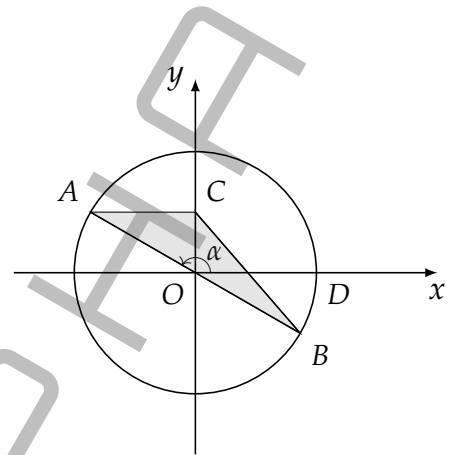
Determine o valor exato da expressão

$$\tan(\alpha - 180^\circ) + \sin(-180^\circ - \alpha).$$

4. Na figura está representada a circunferência trigonométrica num referencial ortonormado xOy .

Sabe-se que:

- o ponto A está no segundo quadrante e pertence à circunferência;
- o ponto D tem coordenadas $(1, 0)$;
- $[AB]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ângulo DOA tem amplitude α , com $\alpha \in]90^\circ, 180^\circ[$;
- o ponto C pertence ao eixo Oy e é tal que $[AC]$ é paralelo ao eixo Ox .



4.1. Qual das seguintes expressões dá a área do triângulo $[ABC]$, representado a sombreado, em função de α ?

- (A) $2 \sin \alpha \cos \alpha$
- (B) $\sin \alpha \cos \alpha$
- (C) $-\sin \alpha \cos \alpha$
- (D) $-2 \sin \alpha \cos \alpha$

4.2. Admita que, para uma certa posição do ponto A , a abcissa do ponto B é igual a $\frac{2}{3}$. Determine o valor exato da seguinte expressão:

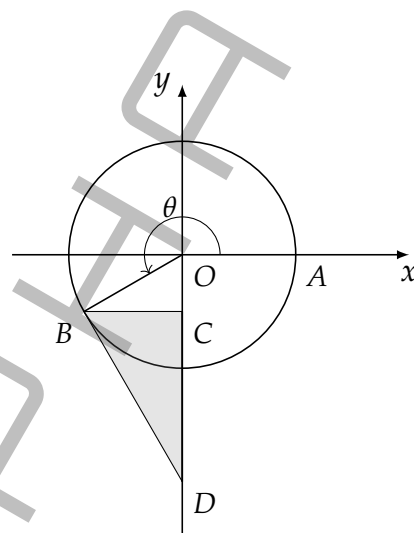
$$\tan(90^\circ - \alpha) + 2 \cos(90^\circ - \alpha)$$

Apresente o resultado na forma $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, com $a, b, c \in \mathbb{N}$.

5. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência de centro O e raio 4 e o triângulo $[BCD]$.

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- o ponto A tem coordenadas $(4, 0)$;
- o ponto B pertence ao 3º quadrante;
- o ponto C tem abcissa zero e é tal que $[BC] \perp Oy$;
- o ponto D tem coordenadas $(0, -8)$;
- θ é a amplitude, em graus, do ângulo AOB , com $\theta \in]180^\circ, 270^\circ[$.



5.1. Mostre que a área do triângulo $[BCD]$ é dada pela expressão:

$$-8 \cos \theta (2 + \sin \theta)$$

5.2. A qual dos seguintes intervalos de números reais pertencem as amplitudes de θ tais que $\cos \theta - \sin \theta > 0$?

- (A) $]180^\circ, 270^\circ[$
- (B) $]180^\circ, 225^\circ[$
- (C) $]225^\circ, 270^\circ[$
- (D) $]210^\circ, 240^\circ[$

FIM

Soluções

1. (B)

2. $k \in \left] \frac{11}{4}, 4 \right]$

3. $-\frac{\sqrt{7}}{12}$

4.

4.1. (C)

4.2. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$

5.

5.2. (C)